Клеточки

1. Фигура *мамонт* может ходить как шахматный слон, но только в фиксированных трёх направлениях (своих для каждого мамонта). Какое наибольшее количество мамонтов можно разместить на шахматной доске так, чтобы ни один из них не угрожал другому?
2. Из шахматной доски вырезаны одна чёрная и одна белая клетки. Докажите, что её можно замостить прямоугольниками из двух клеток.
3. Можно ли квадрат 6×6 замостить доминошками так, чтобы не было прямой, проходящей внутри квадрата и не разрезающей доминошек?
4. На шахматной доске расставляют королей так, чтобы они били все пустые клетки. Какое наименьшее число королей потребуется?
5. Из квадратов 2×2 и уголков (квадрат 2×2 без одной клетки) составили квадрат 7×7. Сколько при этом могло быть использовано квадратов 2×2?
6. На поле 10×10 для игры в «морской бой» нужно расставить один корабль 1×4, два корабля 1×3, три корабля 1×2 и четыре корабля 1×1. Корабли не должны иметь общих точек (даже вершин), но могут прилегать к границам квадрата. Докажите, что если расставлять их в указанном порядке (начиная с больших), то каждому кораблю всегда найдётся место (как бы их ни ставили на любое свободное место).
7. Шахматную доску разбили на доминошки. Две доминошки назовём *соседними*, если шахматный конь за один ход может перейти из клетки одной доминошки в клетку другой. В какое наименьшее количество цветов гарантированно можно покрасить все доминошки так, чтобы любые две соседние доминошки были покрашены в разные цвета?
8. Дана таблица $m \times n$, где mn делится на 6. В этой таблице *полоской* назовём любой прямоугольник 1×3 или 3×1, а *доминошкой* – любой прямоугольник 1×2 или 2×1. Таблицу замостили полосками. Докажите, что поверх этого замощения таблицу можно замостить доминошками так, что в каждой полоске две клетки будут накрыты одной доминошкой и ещё одна – другой. (При замощении прямоугольники покрывают всю таблицу и не пересекаются между собой.)
9. Можно ли доску 5×7 покрыть уголками из трёх клеток в несколько слоев (чтобы каждая клетка была покрыта одинаковым числом уголков)?
10. На клетчатую доску размера 9×9 выкладывают без наложений уголки вида , образованные тремя клетками (уголок можно поворачивать на угол, кратный $90°$, границы уголков идут по линиям сетки). Какое наименьшее количество уголков необходимо разместить на доске, чтобы больше ни одного уголка выложить было невозможно?
11. Найдите наибольшее возможное количество шахматных слонов, которое можно расставить на шахматной доске так, чтобы каждый слон бил не более трёх других слонов? (Слон бьёт все клетки, расположенные от него в диагональных направлениях, но, если между двумя слонами расположен другой слон, то они не бьют друг друга.)